

## Test pre prijímacie pohovory z matematiky

26. 04. 2024, 13:00 hod.

skupina C

1. (3b) Ktoré z nasledovných tvrdení sú pravdivé?

- a)  $\log_{0,2} 2 > -\log_2 0.2$
- b)  $\log_{0,2} 2 < -\log_2 0.2$
- c)  $\log_2 2 = \log_{0,2} 0.2$

Riešenie:	Vypíš zoznam tvrdení podľa zadania príkladu: <b>b) c)</b>
-----------	-----------------------------------------------------------

2. (3b) Ktoré z nasledovných výrazov sú väčšie ako 1?

- a)  $\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{-2}{3}}$
- b)  $\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{2}{3}}$
- c)  $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{-3}{2}}$

Riešenie:	Vypíš zoznam tvrdení podľa zadania príkladu: <b>b) c)</b>
-----------	-----------------------------------------------------------

3. (5b) Nájdite definičný obor funkcie  $f$ .

$$f: y = \frac{x+1}{2-\sqrt{9-x^2}}$$

Riešenie:	$D(f) = [-3, -\sqrt{5}) \cup (-\sqrt{5}, \sqrt{5}) \cup (\sqrt{5}, 3]$
-----------	------------------------------------------------------------------------

4. (3b) Pre aké hodnoty  $a$  nasledujúca nerovnosť platí?

$$a^{\frac{5}{2}} > a^{\frac{-5}{2}}$$

Riešenie:	Nerovnosť platí pre: <b><math>a &gt; 1</math></b>
-----------	---------------------------------------------------

5. (2b) Pre akú hodnotu parametra  $t \in \mathbb{R}$  bude bod  $A = [-1, 6]$  ležať na priamke

$$p: x = 3 + 2t; y = 4 - t?$$

Riešenie:	<b><math>t = -2</math></b>
-----------	----------------------------

6. (5b) Ktorá parabola má vrchol v bode  $A = [-2, 3]$  a aké sú súradnice jej priesečníkov s osami  $\vec{x}$  a  $\vec{y}$ ?

- a)  $p: y = -x^2 + 3x + 1$
- b)  $p: y = -x^2 - 4x - 1$
- c)  $p: y = x^2 + 2x - 5$

<i>Riešenie:</i>	<p>Správna parabola je možnosť <b>b)</b></p> <p>Priesečník s osou <math>\bar{y}</math> má súradnice <math>[0, -1]</math>.</p> <p>Priesečníky s osou <math>\bar{x}</math> majú súradnice <math>[-2 - \sqrt{3}, 0]</math> a <math>[-2 + \sqrt{3}, 0]</math></p>
------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

7. **(4b)** Určte obor riešiteľnosti na množine  $\mathbb{N}$  a na tomto obore riešte rovnicu

$$-2 \frac{(n-1)!}{(n-3)!} + \frac{(n+2)!}{(n-1)!} = 18.$$

<i>Riešenie:</i>	<p>OR: <math>n \geq 3</math> alebo <math>OR = \{n \in \mathbb{N}, n \geq 3\}</math></p> <p>Riešením rovnice je číslo: <math>n = 4</math> a <math>n = 5</math>.</p>
------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

8. **(5b)** Určte obor riešiteľnosti a na tejto množine sčítajte zlomky a zjednodušte výsledný výraz do tvaru jedného zlomku, ktorého čitateľom je číslo.

$$\frac{3+2x}{4+x} - \frac{2-3x}{4-x} + \frac{x \cdot (x+15)}{x^2-16}$$

<i>Riešenie:</i>	<p>OR: <math>x \neq 4, x \neq -4</math></p> <p><b>alebo</b></p> <p>OR = <math>\mathbb{R} - \{-4, 4\}</math></p>	<p>Výraz po úprave: <math>\frac{-4}{x^2-16}</math></p>
------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------

9. **(6b)** Nájdite všetky reálne korene polynómu  $x^3 + 6x^2 - x - 30$ , ak viete, že jeden z jeho koreňov je  $x = -3$ .

<i>Riešenie:</i>	Korene polynómu sú: $x = -5, x = -3, x = 2$
------------------	---------------------------------------------

10. **(6b)** Uveďte podmienky riešiteľnosti a na tejto množine zjednodušte výraz do tvaru, ktorý bude obsahovať maximálne päť znakov (premenná / operátor / číslica / zlomková čiara).

$$\left( \frac{x-y}{x^2+xy} - \frac{x}{y^2+xy} \right) : \left( \frac{y^2}{x^3-xy^2} + \frac{1}{x+y} \right)$$

<i>Riešenie:</i>	<p>OR: <math>\{x \neq 0, y \neq 0, x \neq -y, x \neq +y\}</math></p>	<p>Výraz po úprave: <math>\frac{y-x}{y}</math></p>
------------------	----------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------

11. (7b) Uved'te podmienky riešiteľnosti a nájdite všetky riešenia nerovnice:

$$\frac{6x-12}{x^2-x-2} > 1$$

<i>Riešenie:</i>	<p><i>OR</i>: <math>x \neq -1, x \neq 2</math></p> <p><b>alebo</b></p> <p><i>OR</i> = <math>\mathbb{R} - \{-1, 2\}</math></p>	<p><math>K = (-1, 2) \cup (2, 5)</math></p> <p><b>alebo</b></p> <p><math>K = (-1, 5) - \{2\}</math></p>
------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------

12. (7b) Uved'te podmienky riešiteľnosti a nájdite všetky riešenia rovnice:

$$\frac{2x}{x+3} - \frac{x}{x^2-x-12} + 3 = \frac{2x-4}{x-4}$$

<i>Riešenie:</i>	<p><i>OR</i>: <math>x \neq -3, x \neq 4</math></p> <p><b>alebo</b></p> <p><i>OR</i> = <math>\mathbb{R} - \{-3, 4\}</math></p>	<p><math>K = \left\{6, -\frac{4}{3}\right\}</math></p>
------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------

13. (5b) Na množine reálnych čísel nájdite všetky riešenia rovnice:

$$\log_{3x}(2x^2 + 11x - 24) = 1$$

<i>Riešenie:</i>	<p><i>Pomocný výsledok</i>: <math>OR = \left(\frac{-11 + \sqrt{313}}{4}, \infty\right) = (1.67295, \infty)</math></p> <p><b>Boduje sa</b> <math>K = \{2\}</math></p>	
------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

14. (5b) Uved'te podmienky riešiteľnosti a nájdite všetky riešenia rovnice:

$$2 \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{2}$$

<i>Riešenie:</i>	<p><i>OR</i> = <math>\mathbb{R}</math></p>	<p><math>K = \left\{x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi; x = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}</math></p>
------------------	--------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------

15. (5b) Ktoré z nasledujúcich tvrdení o funkcii  $f: y = \frac{4-x}{x^2-3x-4}$  je/sú pravdivé?

Uved'te všetky (označením písmen a) – e):

- a) definičnou oblasťou je množina  $D(f) = \mathbb{R} - \{-1\}$
- b) funkcia nie je zdola ohraničená
- c) inverzná funkcia je rastúca na celom definičnom obore
- d) je klesajúca na celom definičnom obore
- e) oblasťou hodnôt je množina  $H(f) = \mathbb{R} - \{0\}$

<i>Riešenie:</i>	Vypíš zoznam tvrdení podľa zadania príkladu: <b>a), b), e)</b>
------------------	----------------------------------------------------------------

16. (5b) Nájdiť priesečník/y kružnice danej stredom  $S = [4, -1]$  s polomerom  $r = 3$  a priamkou  $p$  danou bodmi  $A = [3, 1]$  a  $B = [-2, -4]$ . Uveďte rovnicu kružnice v stredovom aj vo všeobecnom tvare a rovnicu priamky vo všeobecnom tvare.

<i>Riešenie:</i>	<p>Kružnica vo všeobecnom tvare <math>k: x^2 - 8x + y^2 + 2y + 8 = 0</math>.</p> <p>Kružnica v stredovom tvare <math>k: (x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 9</math>.</p> <p>Priamka vo všeobecnom tvare: <math>p: -x + y + 2 = 0</math></p> <p>Priesečníky priamky <math>p</math> s kružnicou <math>k</math> sú bod/body: <math>[4, 2]</math> a <math>[1, -1]</math>.</p>
------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

17. (7b) Riešte systém rovníc na množine  $\mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ :

$$\begin{aligned} +2x - y + z &= 7 \\ +3x - y + 2z &= 10 \\ 2x - y &= 6 \end{aligned}$$

<i>Riešenie:</i>	<p>Riešením systému rovníc je: <math>K = \{[x, y, z] \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}, [x, y, z] = [2, -2, 1]\}</math></p> <p><b>alebo</b></p> <p><math>K = \{[x, y, z] \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}; x = 2, y = -2, z = 1\}</math></p>
------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

18. (5b) Zistite hodnotu prvého člena, diferenciu aritmetickej postupnosti a tiež súčet prvých siedmich členov ak platí:

$$\begin{aligned} 3a_2 + 2a_4 &= 43 \\ 4a_1 - a_5 &= 7 \end{aligned}$$

<i>Riešenie:</i>	<p>Prvý člen <math>a_1 = 5</math></p> <p>Diferencia <math>d = 2</math></p> <p>Súčet prvých siedmich členov <math>\sum_{i=1}^7 a_i = 77</math></p>
------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

19. (5b) Vo výrokovej logike., ak použijete predikáty:  $Cx$  -  $x$  je človek  $Vx$  -  $x$  je vec,  $D$  - človek daruje človeku vec,  $\exists$  - existuje,  $\forall$  každý/všetko, nájdite správny preklad výroku:  $(\exists xyz)((C(x) \wedge C(y) \wedge V(z)) \wedge D(xyz))$

- Niektor nedal niekomu niečo
- Niektor dal niekmu niečo
- Každý dal niekomu niečo
- Niektor dal každému niečo

<i>Riešenie:</i>	Vypíš zoznam tvrdení podľa zadania príkladu: <b>b)</b>
------------------	--------------------------------------------------------

20. (7b) Napíšte negáciu nasledujúceho zloženého výroku použitím pravidiel pre negácie elementárnych výrokov tak, aby výsledok obsahoval len  $A$ ,  $B$ ,  $C$  a operátory  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\neg$ . Zistite jej pravdivostnú hodnotu, ak výroky  $A$  a  $B$  sú pravdivé a výrok  $C$  je nepravdivý.

$$(A \wedge (B \vee \neg C)) \Leftrightarrow \neg(A \wedge C)$$

<i>Riešenie:</i>	<p>Negácia zloženého výroku má tvar: <math>(A \wedge B) \vee (A \wedge \neg C) \vee (B \wedge C) \vee (C \wedge \neg A)</math> <i>Akceptované sú aj iné logicky správne vyjadrenia negácie</i></p> <p>Pravdivostná hodnota negácie ak <math>A</math> a <math>B</math> sú pravdivé a výrok <math>C</math> je nepravdivý je: <b>pravda</b></p>
------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------