

## Test pre prijimacie pohovory z matematiky

26. 04. 2024, 13:00 hod.

skupina D

1. (3b) Ktoré z nasledovných tvrdení sú pravdivé?

- a)  $\log_{0,2} 0,4 < \log_{0,2} 0,6$
- b)  $\log_{0,2} 4 > -\log_2 6$
- c)  $-\log_2 0,4 > \log_{0,2} 6$

Riešenie:	Vypíš zoznam tvrdení podľa zadania príkladu: <b>b) c)</b>
-----------	---

2. (3b) Ktoré z nasledovných výrazov sú väčšie ako 1?

- a)  $\left(\frac{4}{3}\right)^{-4}$
- b)  $\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{3}{4}}$
- c)  $\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{3}{4}}$

Riešenie:	Vypíš zoznam tvrdení podľa zadania príkladu: <b>b)</b>
-----------	--

3. (5b) Nájdite definičný obor funkcie  $f$ .

$$f: y = \frac{x-1}{3-\sqrt{16-x^2}}$$

Riešenie:	$D(f) = [-4, -\sqrt{7}) \cup (-\sqrt{7}, \sqrt{7}) \cup (\sqrt{7}, 4]$
-----------	--

4. (3b) Pre aké hodnoty  $a$  nasledujúca nerovnosť platí?

$$a^{\frac{3}{2}} > a^{-\frac{3}{2}}$$

Riešenie:	Nerovnosť platí pre: <b><math>a &gt; 1</math></b>
-----------	---

5. (2b) Pre akú hodnotu parametra  $t$  bude bod  $A = [-3, -4]$  ležať na priamke

$$p: x = 3 + 2t; y = -1 + t?$$

Riešenie:	<b><math>t = -3</math></b>
-----------	----------------------------

6. (5b) Ktorá parabola má vrchol v bode  $A = [-3, 1]$  a aké sú súradnice jej priesečníkov s osami  $\vec{x}$  a  $\vec{y}$ ?

- a)  $p: y = x^2 + 4x + 4$
- b)  $p: y = 2x^2 + 9x + 10$
- c)  $p: y = -x^2 - 6x - 8$

<i>Riešenie:</i>	<p>Správna parabola je možnosť <b>c)</b></p> <p>Priesečník s osou <math>\bar{y}</math> má súradnice <math>[0, -8]</math>.</p> <p>Priesečníky s osou <math>\bar{x}</math> majú súradnice <math>[-4, 0]</math> a <math>[2, 0]</math></p>
------------------	--

7. (4b) Určte obor riešiteľnosti na množine  $\mathbb{N}$  a na tomto obore riešte rovnicu

$$2 \frac{(n-2)!}{(n-4)!} - \frac{(n+3)!}{(n+1)!} = -20.$$

<i>Riešenie:</i>	Podmienka riešiteľnosti $n \geq 4$ rovnici vyhovuje číslo /čísla : $n = 13$
------------------	---

8. (5b) Určte obor riešiteľnosti a na tejto množine sčítajte zlomky a zjednodušte výsledný výraz do tvaru jedného zlomku, ktorého čitateľom je číslo.

$$-\frac{x \cdot (x-13)}{x^2-16} - \frac{2-x}{4-x} + \frac{2x-3}{x+4}$$

<i>Riešenie:</i>	<p>OR: <math>x \neq 4, x \neq -4</math></p> <p><b>alebo</b></p> <p>OR = <math>\mathbb{R} - \{-4, 4\}</math></p>	Výraz po úprave: $\frac{20}{x^2-16}$
------------------	---	--------------------------------------

9. (6b) Nájdite všetky reálne korene polynómu  $x^3 + 3x^2 - 10x - 24$ , ak viete, že jeden z jeho koreňov je  $x = -2$ .

<i>Riešenie:</i>	Korene polynómu sú: $x = -4, x = -2, x = 3$ .
------------------	---

10. (6b) Uveďte podmienky riešiteľnosti a na tejto množine zjednodušte výraz do tvaru, ktorý bude obsahovať maximálne päť znakov (premenná / operátor / číslica / zlomková čiara).

$$\left( \frac{1}{x+y} + \frac{y^2}{x^3 - x y^2} \right) : \left( -\frac{x-y}{x^2 + xy} + \frac{x}{y^2 + xy} \right)$$

<i>Riešenie:</i>	OR: $\{x \neq 0, y \neq 0, x \neq -y, x \neq +y\}$	Výraz po úprave: $\frac{y}{x-y}$
------------------	--	----------------------------------

11. (7b) Uveďte podmienky riešiteľnosti a nájdite všetky riešenia nerovnice:

$$\frac{6x-18}{x^2-2x-3} > 1$$

<i>Riešenie:</i>	<p>OR: <math>x \neq -1, x \neq 3</math></p> <p><b>alebo</b></p> <p>OR = <math>\mathbb{R} - \{-1, 3\}</math></p>	<p><math>K = (-1, 3) \cup (3, 5)</math></p> <p><b>alebo</b></p> <p><math>K = (-1, 5) - \{3\}</math></p>
------------------	---	---

12. (7b) Uveďte podmienky riešiteľnosti a nájdite všetky riešenia rovnice:

$$\frac{1-3x}{x^2-x-12} - \frac{2x}{x+3} + 1 = \frac{2x-4}{x-4}$$

<i>Riešenie:</i>	<p><i>OR</i>: <math>x \neq -3, x \neq 4</math>  <b>alebo</b>  <i>OR</i> = <math>\mathbb{R} - \{-3, 4\}</math></p>	$K = \left\{1, -\frac{1}{3}\right\}$
------------------	---	--------------------------------------

13. (5b) Na množine reálnych čísel nájdite všetky riešenia rovnice:

$$\log_x 3x^2 + 5x - 12 = 2$$

<i>Riešenie:</i>	<p><i>Pomocný výsledok</i>: <math>OR = \left(\frac{4}{3}, \infty\right)</math></p> <p><b>Boduje sa</b> <math>K = \left\{\frac{3}{2}\right\}</math></p>
------------------	--

14. (5b) Uveďte podmienky riešiteľnosti a nájdite všetky riešenia rovnice:

$$2 \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = -\sqrt{2}$$

<i>Riešenie:</i>	<p><i>OR</i> = <math>\mathbb{R}</math></p>	<p><math>K = \left\{x = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi; x = \frac{5}{4}\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}</math></p> <p><b>alebo</b></p> <p><math>K = \left\{x = \frac{3}{4}\pi + 2(k-1)\pi; x = \frac{5}{4}\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}</math></p>
------------------	--	---

15. (5b) Ktoré z nasledujúcich tvrdení o funkcii  $f: y = \frac{-(1+x)}{x^2-3x-4}$  je/sú nepravdivé?

Uveďte všetky (označením písmen a) – e):

- a) definičnou oblasťou je množina  $D(f) = \mathbb{R} - \{-1; 4\}$
- b) funkcia je zhora ohraničená
- c) inverzná funkcia je rastúca na celom definičnom obore
- d) je klesajúca na celom definičnom obore
- e) oblasťou hodnôt je množina  $H(f) = \mathbb{R} - \{4\}$

<i>Riešenie:</i>	<p>Vypíš zoznam tvrdení podľa zadania príkladu:      <b>b), c) d), e)</b></p>
------------------	---

16. (5b) Nájďte priesečník/y kružnice danej stredom  $S[3;2]$  s polomerom  $r = 2$  a priamkou  $p$  danou bodmi  $A[2;5]$  a  $B[6;1]$ . Uved'te rovnicu kružnice aj priamky vo všeobecnom tvare.

<i>Riešenie:</i>	<p>Kružnica vo všeobecnom tvare <math>k: x^2 - 6x + y^2 - 4y + 9 = 0</math>.</p> <p>Kružnica v stredovom tvare <math>k: (x-3)^2 + (y-2)^2 = 4</math>.</p> <p>Priamka vo všeobecnom tvare: <math>p: x + y - 7 = 0</math></p> <p>Priesečníky priamky <math>p</math> s kružnicou <math>k</math> sú bod/body: <math>[3, 4]</math> a <math>[5, 2]</math>.</p>
------------------	--

17. (7b) Riešte systém rovníc na množine  $\mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ :

$$\begin{array}{rcl} -3x & -y & = -5 \\ +2x & -y & -2z = 3 \\ 2x & -y & +z = 6 \end{array}$$

<i>Riešenie:</i>	<p>Riešením systému rovníc je: <math>K = \{[x, y, z] \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}, [x, y, z] = [2, -1, 1]\}</math></p> <p><b>alebo</b></p> <p><math>K = \{[x, y, z] \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}; x = 2, y = -1, z = 1\}</math></p>
------------------	---

18. (5b) Zistite hodnotu prvého člena, diferenciu aritmetickej postupnosti a tiež súčet a rozsah prvých piatich členov ak platí:

$$\begin{array}{l} -a_2 + 2a_4 = -13 \\ 3a_1 - a_5 = 16 \end{array}$$

<i>Riešenie:</i>	<p>Prvý člen <math>a_1 = 2</math></p> <p>Diferencia <math>d = -3</math></p> <p>Súčet prvých piatich členov <math>\sum_{i=1}^5 a_i = -20</math></p>
------------------	--

19. (5b) Vo výrokovej logike., ak použijete predikáty:  $Cx$  -  $x$  je človek  $Vx$  -  $x$  je vec,  $D$  - človek daruje človeku vec,  $\exists$  - existuje,  $\forall$  každý/všetko, nájdite správny preklad výroku:  $(\forall x)\{C(x) \rightarrow (\exists yz)[(C(y) \wedge V(z)) \wedge D(xyz)]\}$

- Každý nedal niekomu niečo
- Niektor dal každému niečo
- Každý dal niekomu niečo
- Niektor nedal každému niečo

<i>Riešenie:</i>	Vypíš zoznam tvrdení podľa zadania príkladu: <b>c)</b>
------------------	--

20. (7b) Napište negáciu nasledujúceho zloženého výroku použitím pravidiel pre negácie elementárnych výrokov tak, aby výsledok obsahoval len  $A$ ,  $B$ ,  $C$  a operátory  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\neg$ . Zistite jej pravdivostnú hodnotu, ak výroky  $A$  a  $B$  sú nepravdivé a výrok  $C$  je pravdivý.

$$((A \vee B) \wedge \neg C) \Leftrightarrow \neg(A \vee C)$$

<i>Riešenie:</i>	<p>Negácia zloženého výroku má tvar: <math>(A \wedge \neg C) \vee (\neg B \wedge \neg C)</math> <i>Akceptované sú aj iné logicky správne vyjadrenia negácie</i></p> <p>Pravdivostná hodnota negácie ak <math>A</math> a <math>C</math> sú nepravdivé a výrok <math>B</math> je pravdivý je: <b>nepravda</b></p>
------------------	---