

Test pre prijímacie pohovory z matematiky

26. 4. 2024, 10:00 hod.

skupina B

1. (3b) Ktoré z nasledovných tvrdení je/sú pravdivé?

a) $-\log_{\frac{1}{4}} 4 < \log_4 \frac{1}{4}$

b) $\log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{4} > \log_4 \frac{1}{4}$

c) $-\log_4 4 < \log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{4}$

Riešenie:	Vypíš zoznam tvrdení podľa zadania príkladu: b) c)
-----------	---

2. (3b) Ktoré z nasledovných výrazov sú väčšie ako 1?

a) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-4}$ b) $\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{4}{3}}$ c) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-\frac{3}{4}}$

Riešenie:	Vypíš zoznam tvrdení podľa zadania príkladu: a) c)
-----------	---

3. (5b) Nájdite definičný obor funkcie f .

$$f: y = \frac{x-2}{1-\sqrt{x^2-4x+4}}$$

Riešenie:	$D(f) = (-\infty, 1) \cup (1, 3) \cup (3, \infty)$, alebo $D(f) = \mathbb{R} - \{1, 3\}$
-----------	---

4. (3b) Pre aké hodnoty m nasledujúca nerovnosť platí?

$$m^{\frac{3}{2}} < m^{\frac{-3}{2}}$$

Riešenie:	Nerovnosť platí pre: $0 < m < 1$
-----------	----------------------------------

5. (2b) Pre akú hodnotu parametra $t \in \mathbb{R}$ bude bod $A = [-5, 8]$ ležať na priamke

$$p: x = 3 - 4t; y = 4 + 2t$$

Riešenie:	$t = 2$
-----------	---------

6. (5b) Ktorá z nasledujúcich parabol má vrchol v bode $A = [-1, 3]$. Pre túto parabolu nájdite jej priesečníky s osami \bar{x} a \bar{y} ?
- a) $p: y = 2x^2 + 5x + 6$
 b) $p: y = x^2 - 3x - 1$
 c) $p: y = -x^2 - 2x + 2$

<i>Riešenie:</i>	Správna parabola je možnosť c) Priesečník s osou \bar{y} má súradnice $[0, 2]$. Priesečníky s osou \bar{x} majú súradnice $[-1 - \sqrt{3}, 0]$ a $[-1 + \sqrt{3}, 0]$
------------------	---

7. (4b) Určte obor riešiteľnosti na množine \mathbb{N} a na tomto obore riešte rovnicu

$$\frac{(n-2)!}{(n-4)!} - 3 \frac{(n+3)!}{(n+2)!} = -15.$$

<i>Riešenie:</i>	$OR: n \geq 4$ alebo $OR = \{n \in \mathbb{N}, n \geq 4\}$ Riešením rovnice je číslo: $n = 6$
------------------	--

8. (5b) Určte obor riešiteľnosti a na tejto množine sčítajte zlomky a zjednodušte výsledný výraz do tvaru jedného zlomku, ktorého čitateľom je číslo.

$$\frac{3-2x}{4+x} + \frac{2+3x}{4-x} + \frac{x \cdot (4x+7)}{x^2-16}$$

<i>Riešenie:</i>	$OR: x \neq 4, x \neq -4$ alebo $OR = \mathbb{R} - \{-4, 4\}$	Výraz po úprave: $\frac{-20}{x^2-16}$
------------------	--	---------------------------------------

9. (6b) Nájdite všetky reálne korene polynómu $x^3 - 6x^2 - x + 30$, ak viete, že jeden z jeho koreňov je $x = 3$.

<i>Riešenie:</i>	Korene polynómu sú: $x = -2, x = 3, x = 5$
------------------	--

10. (6b) Uved'te podmienky riešiteľnosti a na tejto množine zjednodušte výraz do tvaru, ktorý bude obsahovať maximálne dva znaky (premenná / operátor / číslo).

$$\left(\frac{y}{y+x} - \frac{2xy}{y^2-x^2} + \frac{x}{y-x}\right) \left(\frac{5y}{y+x} + \frac{10xy}{y^2-x^2} + \frac{5x}{y-x}\right)$$

<i>Riešenie:</i>	<i>OR</i> : $x \neq y, x \neq -y$ alebo <i>OR</i> : $\{[x, y] \in \mathbb{R}^2; x \neq y, x \neq -y\}$	Výraz po úprave: 5
------------------	---	---------------------------

11. (7b) Uved'te podmienky riešiteľnosti a nájdite všetky riešenia nerovnice:

$$\frac{3x+12}{x^2-6x-40} > 1$$

<i>Riešenie:</i>	<i>OR</i> : $x \neq -4, x \neq 10$ alebo <i>OR</i> = $\mathbb{R} - \{-4, 10\}$	$K = (10, 13)$
------------------	---	----------------

12. (7b) Uved'te podmienky riešiteľnosti a nájdite všetky riešenia rovnice:

$$1 + \frac{2x}{x+2} - \frac{x}{(-8-2x+x^2)} = \frac{2x-4}{x-4}$$

<i>Riešenie:</i>	<i>OR</i> : $x \neq -2, x \neq 4$ alebo <i>OR</i> = $\mathbb{R} - \{-2, 4\}$	$K = \{0, 11\}$
------------------	---	-----------------

13. (5b) Na množine reálnych čísel nájdite všetky riešenia rovnice:

$$\log_{3x} 8x^2 + 8x - 12 = 2$$

<i>Riešenie:</i>	<i>Pomocný výsledok</i> : $OR = \left(\frac{1}{2}(\sqrt{7}-1), \infty\right) = (0.8228, \infty)$ Boduje sa $K = \{2, 6\}$
------------------	---

14. (5b) Uved'te podmienky riešiteľnosti a nájdite všetky riešenia rovnice:

$$2 \cos(x + \pi) = -1$$

<i>Riešenie:</i>	<i>OR</i> = \mathbb{R} $K = \left\{x = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi; x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ alebo $K = \left\{x = \frac{2}{3}\pi + 2(k-1)\pi, x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$
------------------	--

15. (5b) Ktoré z nasledujúcich tvrdení o funkcii $f: y = -\frac{(1+x)}{x^2-x-2}$ je/sú nepravdivé?

Uved'te všetky (označením písmen a) – e):

- a) definičnou oblasťou je množina $D(f) = \mathbb{R} - \{-1; 2\}$
- b) funkcia nie je zdola ohraničená
- c) inverzná funkcia je rastúca
- d) funkcia je klesajúca na celom definičnom obore
- e) oblasťou hodnôt je množina $H(f) = \mathbb{R} - \{0\}$

<i>Riešenie:</i>	Vypíš zoznam tvrdení podľa zadania príkladu: c), d),
------------------	---

16. (5b) Nájdite priesečník/y kružnice danej stredom $S = [4, 2]$ s polomerom $r = 2$ a priamkou p danou bodmi $A = [8, -7]$ a $B = [0, 5]$. Uved'te rovnicu kružnice v stredovom aj vo všeobecnom tvare a rovnicu priamky vo všeobecnom tvare.

<i>Riešenie:</i>	<p>Kružnica vo všeobecnom tvare $k: x^2 - 8x + y^2 - 4y + 16 = 0$.</p> <p>Kružnica v stredovom tvare $k: (x-4)^2 + (y-2)^2 = 4$.</p> <p>Priamka vo všeobecnom tvare: $p: 3x + 2y - 10 = 0$</p> <p>Priesečníky priamky p s kružnicou k sú bod/body: $[4, -1]$ a $[2, 2]$.</p>
------------------	---

17. (7b) Riešte systém rovníc na množine $\mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$:

$$\begin{array}{rcl} +2x & -y & +3z = 7 \\ +x & -y & -2z = 1 \\ 2x & +2y & = -2 \end{array}$$

<i>Riešenie:</i>	<p>Riešením systému rovníc je: $K = \{[x, y, z] \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}, [x, y, z] = [1, -2, 1]\}$</p> <p>alebo</p> <p>$K = \{[x, y, z] \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}; x = 1, y = -2, z = 1\}$</p>
------------------	---

18. (5b) Zistite hodnotu prvého člena, diferenciu aritmetickej postupnosti a tiež súčet prvých piatich členov tejto aritmetickej postupnosti, ak platí:

$$\begin{array}{l} 2a_2 - a_4 = 3 \\ 3a_1 + a_3 = 24 \end{array}$$

<i>Riešenie:</i>	<p>Prvý člen $a_1 = 5$</p> <p>Diferencia $d = 2$</p> <p>Súčet prvých piatich členov $\sum_{i=1}^5 a_i = 45$</p>
------------------	--

19. (5b) Vo výrokovovej logike., ak použijete predikáty: Cx - x je človek Vx - x je vec, D - človek daruje človeku vec, \exists - existuje, \forall každý/všetko, nájdite správny preklad výroku: $(\exists x)\{C(x) \wedge (\forall y)[C(y) \rightarrow (\exists z)(V(z) \wedge D(xyz))]\}$
- Niekoľko dal niekomu niečo
 - Niekoľko nedal niekomu niečo
 - Každý dal niekomu niečo
 - Niekoľko dal každému niečo

<i>Riešenie:</i>	Vypíš zoznam tvrdení podľa zadania príkladu: d)
------------------	--

20. (7b) Napíšte negáciu nasledujúceho zloženého výroku použitím pravidiel pre negácie elementárnych výrokov tak, aby výsledok obsahoval len A , B , C a operátory \wedge , \vee , \neg

$$\neg(A \vee (\neg B \vee C)) \Leftrightarrow (A \wedge C)$$

Zistite pravdivostnú hodnotu tejto negácie, ak výroky A a B sú nepravdivé a výrok C je pravdivý.

<i>Riešenie:</i>	<p>Negácia zloženého výroku má tvar: $(A \wedge C) \vee (B \wedge \neg A \wedge \neg C)$ <i>Akceptované sú aj iné logicky správne vyjadrenia negácie</i></p> <p>Pravdivostná hodnota negácie ak A a B sú nepravdivé a výrok C je pravdivý je: nepravda</p>
------------------	--